Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева»

Факультет цифровых технологий и химического инжиниринга

Кафедра информационных компьютерных технологий

**ОТЧЕТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 9**

**ПО КУРСУ**

**«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В СРЕДЕ MATLAB»:**

**«Численное Дифференцирование»**

Ведущий преподаватель

Доцент кафедры ИКТ Филиппова Е.Б.

**СТУДЕНТ группы КС-20** Мелехин А.А.

**Москва**

**2024**

# **Задание**

Найти 1-ую и 2-ую производные функции

в точке х = -3.2

Нужно использовать конечно-разностные формулы вычисления производных по соседним узлам. Найти 1-ую и 2-ую производные функции различными методами, а именно рассмотреть формулы простые и многоточечные. Оценить точность аппроксимации (это разница между значением производной, вычисленным по точной формуле, полученной аналитически, и её значением, вычисленным по конечно-разностным формулам). Исследовать влияние величины шага на точность вычисления производных по различным формулам. По проделанной работе подготовить отчёт с графиками, теорией, кодами, результатами и выводами.

**Программа lab9.m**

clc; clear;

X = [4865 5065 5265 5465 5665 5865 6065 6265 6465 6665 6865 7065 7265 7465 7665 7865 8065 8265 8465 8665 8865];

Y = [2.799505654 2.865976811 2.936424531 3.010995579 3.089799019 3.172890855 3.260255665 3.351785366 3.44725572 3.546301795 3.648394432 3.752820666 3.858671918 3.964844364 4.070055767 4.172881981 4.27181405 4.365333422 4.451998938 4.530535861 4.599915455];

x\_interp = 5500; % точка, в которой мы хотим вычислить производные

% Интерполяция

y\_interp = interp1(X, Y, x\_interp, 'spline');

% Построение графика интерполированной функции

plot(X, Y, 'o', x\_interp, y\_interp, 'rx');

xlabel('X');

ylabel('Y');

title('Интерполированная функция');

legend('Узлы данных', 'Интерполированная точка', 'Location', 'best');

grid on;

% Вычисление первой производной (численно)

dy\_dx = gradient(Y) ./ gradient(X);

dy\_dx\_interp = interp1(X, dy\_dx, x\_interp, 'spline');

% Вычисление второй производной (численно)

d2y\_dx2 = gradient(dy\_dx) ./ gradient(X);

d2y\_dx2\_interp = interp1(X, d2y\_dx2, x\_interp, 'spline');

% Вывод результатов

disp(['Значение в точке x\_interp: ', num2str(y\_interp)]);

disp(['Ошибка в точке x\_interp для 1-ой производной: ', num2str(dy\_dx\_interp)]);

disp(['Ошибка в точке x\_interp для 2-ой производной: ', num2str(d2y\_dx2\_interp)]);

% Определение функции

f = @(x) x.^2 + exp(x + 3);

% Задание диапазона для x

x = linspace(-5, 5, 1000);

% Вычисление точных значения первой и второй производных

f\_prime\_exact = 2\*x + exp(x + 3);

f\_double\_prime\_exact = 2 + exp(x + 3);

% Простая формула для первой производной

h = 0.001;

f\_prime\_simple = (f(x + h) - f(x)) / h;

% Многоточечная формула для первой производной

f\_prime\_multistep = (-f(x + 2\*h) + 8\*f(x + h) - 8\*f(x - h) + f(x - 2\*h)) / (12\*h);

% Простая формула для второй производной

f\_double\_prime\_simple = (f(x + h) - 2\*f(x) + f(x - h)) / h^2;

% Многоточечная формула для второй производной

f\_double\_prime\_multistep = (-f(x + 2\*h) + 16\*f(x + h) - 30\*f(x) + 16\*f(x - h) - f(x - 2\*h)) / (12\*h^2);

% Вычисление погрешностей

error\_prime\_simple = abs(f\_prime\_exact - f\_prime\_simple);

error\_prime\_multistep = abs(f\_prime\_exact - f\_prime\_multistep);

error\_double\_prime\_simple = abs(f\_double\_prime\_exact - f\_double\_prime\_simple);

error\_double\_prime\_multistep = abs(f\_double\_prime\_exact - f\_double\_prime\_multistep);

% Построение графиков погрешностей

figure;

subplot(2, 1, 1);

plot(x, error\_prime\_simple, x, error\_prime\_multistep);

title('Погрешности первой производной');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('x');

ylabel('Погрешность');

subplot(2, 1, 2);

plot(x, error\_double\_prime\_simple, x, error\_double\_prime\_multistep);

title('Погрешности второй производной');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('x');

ylabel('Погрешность');

% Задание диапазона для x

x = linspace(-5, 5, 1000);

% Массив значений шага h

h\_values = logspace(-6, 0, 100);

% Пустые массивы для хранения погрешностей

errors\_simple\_prime = zeros(size(h\_values));

errors\_multistep\_prime = zeros(size(h\_values));

errors\_simple\_double\_prime = zeros(size(h\_values));

errors\_multistep\_double\_prime = zeros(size(h\_values));

% Вычисление погрешностей для разных значений шага

for i = 1:length(h\_values)

h = h\_values(i);

% Простая формула для первой производной

f\_prime\_simple = (f(x + h) - f(x)) / h;

% Многоточечная формула для первой производной

f\_prime\_multistep = (-f(x + 2\*h) + 8\*f(x + h) - 8\*f(x - h) + f(x - 2\*h)) / (12\*h);

% Простая формула для второй производной

f\_double\_prime\_simple = (f(x + h) - 2\*f(x) + f(x - h)) / h^2;

% Многоточечная формула для второй производной

f\_double\_prime\_multistep = (-f(x + 2\*h) + 16\*f(x + h) - 30\*f(x) + 16\*f(x - h) - f(x - 2\*h)) / (12\*h^2);

% Вычисление погрешностей

errors\_simple\_prime(i) = max(abs(2\*x + exp(x + 3) - f\_prime\_simple));

errors\_multistep\_prime(i) = max(abs(2\*x + exp(x + 3) - f\_prime\_multistep));

errors\_simple\_double\_prime(i) = max(abs(2 + exp(x + 3) - f\_double\_prime\_simple));

errors\_multistep\_double\_prime(i) = max(abs(2 + exp(x + 3) - f\_double\_prime\_multistep));

end

% Построение графиков зависимости погрешностей от значения шага

figure;

subplot(2, 1, 1);

loglog(h\_values, errors\_simple\_prime, h\_values, errors\_multistep\_prime);

title('Зависимость погрешности первой производной от шага');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('Шаг (h)');

ylabel('Погрешность');

subplot(2, 1, 2);

loglog(h\_values, errors\_simple\_double\_prime, h\_values, errors\_multistep\_double\_prime);

title('Зависимость погрешности второй производной от шага');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('Шаг (h)');

ylabel('Погрешность');

**Вывод программы**

Значение в точке x\_interp: 3.0245

Ошибка в точке x\_interp для 1-ой производной: 0.00038712

Ошибка в точке x\_interp для 2-ой производной: 1.0543e-07





