Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева»

Факультет цифровых технологий и химического инжиниринга

Кафедра информационных компьютерных технологий

**ОТЧЕТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 9**

**ПО КУРСУ**

**«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В СРЕДЕ MATLAB»:**

**«Численное Дифференцирование»**

Ведущий преподаватель

Доцент кафедры ИКТ Филиппова Е.Б.

**СТУДЕНТ группы КС-20** Мелехин А.А.

**Москва**

**2024**

# **Задание**

Найти 1-ую и 2-ую производные функции

в точке х = -3.2

Нужно использовать конечно-разностные формулы вычисления производных по соседним узлам. Найти 1-ую и 2-ую производные функции различными методами, а именно рассмотреть формулы простые и многоточечные. Оценить точность аппроксимации (это разница между значением производной, вычисленным по точной формуле, полученной аналитически, и её значением, вычисленным по конечно-разностным формулам). Исследовать влияние величины шага на точность вычисления производных по различным формулам. По проделанной работе подготовить отчёт с графиками, теорией, кодами, результатами и выводами.

**Программа task1.m**

clc; clear;

% Данные

X = [4865 5065 5265 5465 5665 5865 6065 6265 6465 6665 6865 7065 7265 7465 7665 7865 8065 8265 8465 8665 8865];

Y = [2.799505654 2.865976811 2.936424531 3.010995579 3.089799019 3.172890855 3.260255665 3.351785366 3.44725572 3.546301795 3.648394432 3.752820666 3.858671918 3.964844364 4.070055767 4.172881981 4.27181405 4.365333422 4.451998938 4.530535861 4.599915455];

% Определяем точки для интерполяции

points\_to\_interpolate = [4965, 7565];

% Интерполяция сплайном

pp = spline(X, Y);

% Вычисление производных в точках

first\_derivative = ppval(fnder(pp, 1), points\_to\_interpolate);

second\_derivative = ppval(fnder(pp, 2), points\_to\_interpolate);

% Погрешность по формуле для первой производной

n = length(X) - 1;

h = X(2) - X(1);

delta\_2 = diff(Y, 2);

delta\_3 = diff(Y, 3);

f\_3 = delta\_3 / h^3;

% Погрешность первой производной в точке 4965 (между узлами 1 и 2)

i\_1 = 1;

error\_first\_derivative\_4965 = ((-1)^(n-i\_1)) \* ((factorial(i\_1) \* factorial(n-1)) / factorial(n+1)) \* (h^n) \* f\_3(i\_1);

% Погрешность первой производной в точке 7565 (между узлами 14 и 15)

i\_2 = 14;

error\_first\_derivative\_7565 = ((-1)^(n-i\_2)) \* ((factorial(i\_2) \* factorial(n-1)) / factorial(n+1)) \* (h^n) \* f\_3(i\_2-1);

% Погрешность по формуле для второй производной

n = 2; % порядок конечной разности 2

f\_3 = delta\_3 / h^3;

% Погрешность второй производной в точке 4965 (между узлами 1 и 2)

error\_second\_derivative\_4965 = ((-1)^(n-1)) \* ((factorial(1) \* factorial(n-1)) / factorial(n+1)) \* (h^n) \* f\_3(i\_1);

% Погрешность второй производной в точке 7565 (между узлами 14 и 15)

error\_second\_derivative\_7565 = ((-1)^(n-1)) \* ((factorial(1) \* factorial(n-1)) / factorial(n+1)) \* (h^n) \* f\_3(i\_2-1);

% Вывод результатов

disp('Первая производная:');

disp(first\_derivative);

disp('Погрешности первой производной:');

disp([abs(error\_first\_derivative\_4965), abs(error\_first\_derivative\_7565)]);

disp('Вторая производная:');

disp(second\_derivative);

disp('Погрешности второй производной:');

disp([abs(error\_second\_derivative\_4965), abs(error\_second\_derivative\_7565)]);

% Построение графиков

xx = linspace(min(X), max(X), 1000);

yy = ppval(pp, xx);

yy\_first\_derivative = ppval(fnder(pp, 1), xx);

yy\_second\_derivative = ppval(fnder(pp, 2), xx);

figure;

subplot(3,1,1);

plot(X, Y, 'o', xx, yy, '-');

title('Функция Y(X)');

xlabel('X');

ylabel('Y');

legend('Данные', 'Интерполяция', 'Location', 'Best');

subplot(3,1,2);

plot(xx, yy\_first\_derivative, '-');

title('Первая производная');

xlabel('X');

ylabel('dY/dX');

subplot(3,1,3);

plot(xx, yy\_second\_derivative, '-');

title('Вторая производная');

xlabel('X');

ylabel('d^2Y/dX^2');

**Программа task2.m**

clc; clear;

% Определяем функцию и ее аналитические производные

f = @(x) x.^2 + exp(x + 3); % Исходная функция

f\_prime = @(x) 2\*x + exp(x + 3); % Первая производная функции

f\_double\_prime = @(x) 2 + exp(x + 3); % Вторая производная функции

% Задаем шаг и точки для вычислений

h = 1e-3; % Увеличенный шаг для улучшения видимости ошибок

x = -5:0.1:35;

% Вычисление первой производной простой конечной разностью

f\_prime\_simple = @(x, h) (f(x + h) - f(x)) / h;

% Вычисление первой производной многоточечной конечной разностью (центральная разность)

f\_prime\_central = @(x, h) (f(x + h) - f(x - h)) / (2\*h);

% Вычисление второй производной простой конечной разностью

f\_double\_prime\_simple = @(x, h) (f(x + h) - 2\*f(x) + f(x - h)) / h^2;

% Вычисление второй производной многоточечной конечной разностью (центральная разность)

f\_double\_prime\_central = @(x, h) (f(x + h) - 2\*f(x) + f(x - h)) / h^2;

% Вычисление ошибок

error\_prime\_simple = abs(f\_prime(x) - arrayfun(@(x) f\_prime\_simple(x, h), x));

error\_prime\_central = abs(f\_prime(x) - arrayfun(@(x) f\_prime\_central(x, h), x));

error\_double\_prime\_simple = abs(f\_double\_prime(x) - arrayfun(@(x) f\_double\_prime\_simple(x, h), x));

error\_double\_prime\_central = abs(f\_double\_prime(x) - arrayfun(@(x) f\_double\_prime\_central(x, h), x));

% Ограничение интервала для построения графиков

x\_interval = 10:0.1:30;

% Индексы для ограничения графиков

idx = find(x >= 10 & x <= 30);

% Построение графиков ошибок

figure;

subplot(2,1,1);

semilogy(x(idx), error\_prime\_simple(idx), 'r', x(idx), error\_prime\_central(idx), 'b');

title('Ошибка аппроксимации первой производной');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('x');

ylabel('Погрешность');

subplot(2,1,2);

semilogy(x(idx), error\_double\_prime\_simple(idx), '-o', x(idx), error\_double\_prime\_central(idx), '-x');

title('Ошибка аппроксимации второй производной');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('x');

ylabel('Погрешность');

% Настройки для лучшей видимости графиков

xlim([10 30]); % Ограничение интервала по оси x

% Массив значений шага h

h\_values = logspace(-6, 0, 100);

% Пустые массивы для хранения погрешностей

errors\_simple\_prime = zeros(size(h\_values));

errors\_multistep\_prime = zeros(size(h\_values));

errors\_simple\_double\_prime = zeros(size(h\_values));

errors\_multistep\_double\_prime = zeros(size(h\_values));

% Вычисление погрешностей для разных значений шага

for i = 1:length(h\_values)

h = h\_values(i);

% Простая формула для первой производной

f\_prime\_simple = (f(x + h) - f(x)) / h;

% Многоточечная формула для первой производной

f\_prime\_multistep = (-f(x + 2\*h) + 8\*f(x + h) - 8\*f(x - h) + f(x - 2\*h)) / (12\*h);

% Простая формула для второй производной

f\_double\_prime\_simple = (f(x + h) - 2\*f(x) + f(x - h)) / h^2;

% Многоточечная формула для второй производной

f\_double\_prime\_multistep = (-f(x + 2\*h) + 16\*f(x + h) - 30\*f(x) + 16\*f(x - h) - f(x - 2\*h)) / (12\*h^2);

% Вычисление погрешностей

errors\_simple\_prime(i) = max(abs(2\*x + exp(x + 3) - f\_prime\_simple));

errors\_multistep\_prime(i) = max(abs(2\*x + exp(x + 3) - f\_prime\_multistep));

errors\_simple\_double\_prime(i) = max(abs(2 + exp(x + 3) - f\_double\_prime\_simple));

errors\_multistep\_double\_prime(i) = max(abs(2 + exp(x + 3) - f\_double\_prime\_multistep));

end

% Построение графиков зависимости погрешностей от значения шага

figure;

subplot(2, 1, 1);

loglog(h\_values, errors\_simple\_prime, h\_values, errors\_multistep\_prime);

title('Зависимость погрешности первой производной от шага');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('Шаг (h)');

ylabel('Погрешность');

subplot(2, 1, 2);

loglog(h\_values, errors\_simple\_double\_prime, h\_values, errors\_multistep\_double\_prime);

title('Зависимость погрешности второй производной от шага');

legend('Простая формула', 'Многоточечная формула');

xlabel('Шаг (h)');

ylabel('Погрешность');

**Результаты расчётов (task1.m)**

Первая производная:

1.0e-03 \*

0.3323 0.5264

Погрешности первой производной:

1.0e+44 \*

0.0000 3.8746

Вторая производная:

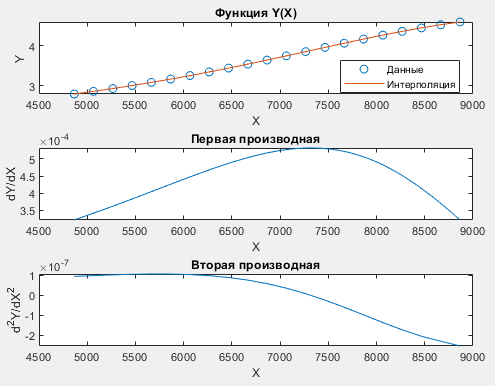
1.0e-07 \*

0.9749 -0.4134

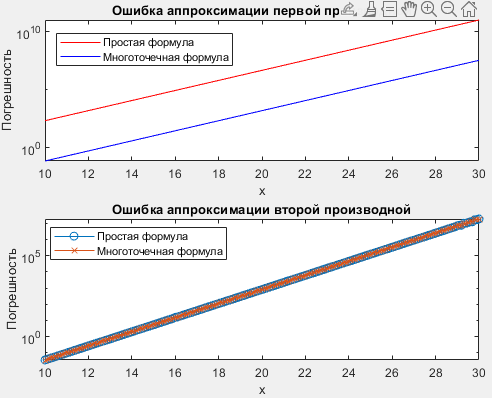
Погрешности второй производной:

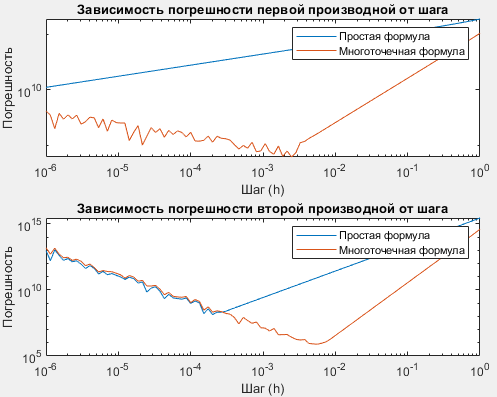
1.0e-05 \*

0.0122 0.1187



**Результаты расчётов (task2.m)**





**Вывод программы**

Значение в точке x\_interp: 3.0245

Ошибка в точке x\_interp для 1-ой производной: 0.00038712

Ошибка в точке x\_interp для 2-ой производной: 1.0543e-07

